NOMBRES ENTIERS et DÉCIMAUX

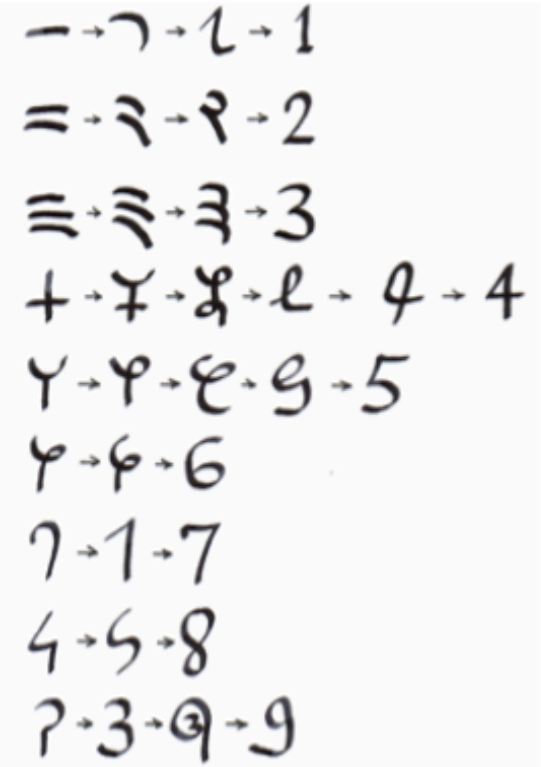
Compétences travaillées:

Fichier de 12 à 20

- fractions décimales
- numération des nombres décimaux
- demi-droites graduées
- décompositions
- somme d'un entier et d'une fraction décimale inférieure à 1

Histoire des Mathématiques:

EVOLUTION DES CHIFFRES
DE L'INDE ... A L'EUROPE



Pour écrire les nombres, on utilise 10 symboles que nous appelons « chiffres » :
1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 0. C'est le système décimal.
Nos 10 doigts en sont certainement à l'origine.

Les chiffres que nous appelons arabe ont pour origine les Indes. Ce sont les arabes qui emprunteront le **système de numération** aux Indes.
Le moine français *Gerbert d'Aurillac* (qui est devenu le pape *Sylvestre II*) les amène en Europe.

Le «0» qui vient aussi de l'Inde est resté longtemps ignoré ; ils l'appelaient « sûnya » = vide.

Le mathématicien italien *Léonard de Pise* dit *Fibonacci* (1180 ; 1250) introduit en Europe la **numération de position** : la valeur du chiffre varie en fonction de la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre.

Al Kashi (1380 ; 1430), astronome à Samarkand (Asie), est à l'origine des **nombres décimaux** (nombres à virgule) mais c'est le mathématicien belge *Simon Stevin* qui se rapprochera de la notation actuelle.
Il notait par exemple le nombre 89,532 :

C'est un progrès considérable pour effectuer des opérations par rapport à l'écriture romaine.
Le mot « virgule » vient du latin « virgula » qui désignait une petite branche.

I. Des nombres formés par des chiffres

1) Rang des chiffres

Millions	Centaines de mille	Dizaines de mille	Mille	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix millièmes	Cent millièmes	Millionièmes
			4	8	3	2 ,	3	2	6			
			Partie entière				Partie décimale					

Dans le nombre ci-dessus :
- **la partie entière** est **4832**
- la partie décimale est **0,326** (ou 326 Millièmes)
- le nombre contient 483 232 centièmes ou encore 483 dizaines.

Méthode : Reconnaître le rang d'un chiffre dans un nombre

Dans chaque cas, donner le rang du chiffre souligné :
45<u>6</u>7 674<u>0</u>,56 41876,<u>7</u> 67,53<u>5</u>7 87,9<u>8</u>6 6<u>4</u>39,78

45**6**7 : dizaine 674**0**,56 : unité 41876,**7** : dixième

67,53**5**7 : millième 87,9**8**6 : centième 6**4**39,78 : centaine

2) Quelques grands nombres :

Million *(1 000 000)*
Milliard *(1 000 000 000)*
Billion *(1 000 000 000 000)*
Billiard *(1 suivi de 15 zéros)*
Trillion *(1 suivi de 18 zéros)*
Quatrillion *(1 suivi de 24 zéros)*
Quintillion *(1 suivi de 30 zéros)*
Sextillion *(1 suivi de 36 zéros)*
Septillion *(1 suivi de 42 zéros)*
Octillion *(1 suivi de 48 zéros)*
Nonillion *(1 suivi de 54 zéros)*
Décillion *(1 suivi de 60 zéros)*
Googol *(1 suivi de 100 zéros)*
Googolplex *(1 suivi de Googol zéros)*
XXe Edward Kasner USA
Asankhyeya *(1 suivi de 140 zéros)*
Origine bouddhiques

3) Nombres entiers et nombres décimaux

Exemples de **nombres entiers** : 0 ; 5 ; 7 ; 1254
Exemples de **nombres décimaux** : 2,5 ; 5,3 ; 0,8 ; 0,2 ; 7 ; 0

4) « 0 » inutiles

Exemples : Trouver les zéros inutiles dans les nombres suivants:

3,06~~00~~ ~~0~~3,3 14,~~0~~ 103400

Méthode : Supprimer les « 0 » inutiles dans un nombre

Dans chaque cas, supprimer les « 0 » inutiles :
45,60 089 900,450 5,080 45,00

45,6**0** = 45,6 **0**89 = 89 900,45**0** = 900,45 5,08**0** = 5,08 45,**00** = 45

II. Écritures d'un nombre décimal

1) Fractions décimales

En lettres	Un dixième	Un centième	Un millième	Treize centièmes	Soixante-cinq millièmes	Deux-cent-trois dixièmes
Fraction décimale	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{65}{1000}$	$\frac{203}{10}$
Écriture décimale	0,1	0,01	0,001	0,13	0,065	20,3

2) Différentes écritures

Écriture décimale : 453,51

En lettres : Quatre-cent-cinquante-trois unités et cinquante-et-un centièmes
ou 453 unités et 5 dixièmes 1 centième
ou 453 unités et 51 centièmes

Fraction décimale : $\frac{45351}{100}$

Somme d'un entier et d'une fraction décimale : $453 + \frac{51}{100}$

Décomposition : $(4 \times 100) + (5 \times 10) + (3 \times 1) + (5 \times \frac{1}{10}) + (1 \times \frac{1}{100})$
ou $(4 \times 100) + (5 \times 10) + (3 \times 1) + (5 \times 0,1) + (1 \times 0,01)$

Méthode : Passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire et inversement

1) Écrire les nombres suivants sous forme fractionnaire :
a) 2,3 b) 45,67 c) 2,045

a) $2,3 = \frac{23}{10}$ en effet, le 3 est au rang des dixièmes.
b) $45,67 = \frac{4567}{100}$ en effet, le 7 est au rang des centièmes.
c) $2,045 = \frac{2045}{1000}$ en effet, le 5 est au rang des millièmes.

2) Écrire les nombres suivants sous forme décimale :
a) $\frac{49}{100}$ b) $\frac{56}{10}$ c) $\frac{67}{1000}$

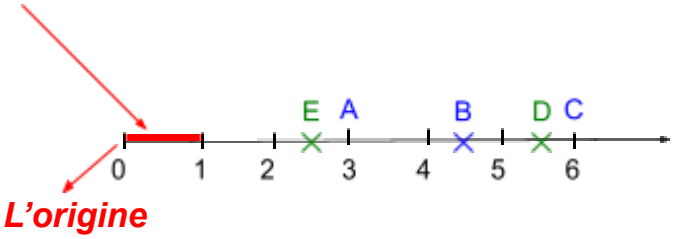
a) $\frac{49}{100} = 0,49$ en effet, le 9 passe au rang des centièmes.

b) $\frac{56}{10} = 5,6$ en effet, le 6 passe au rang des dixièmes.

c) $\frac{67}{1000} = 0,067$ en effet, le 7 passe au rang des millièmes.

III. La demi-droite graduée

***L'unité** choisie est le cm, elle est reportée régulièrement sur tout l'axe*



On dit que **l'abscisse** de A est 3,
et on note **A(3)**.

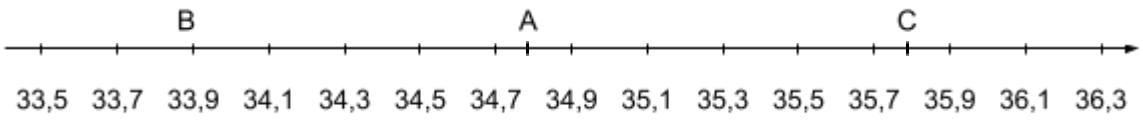
Le mot « abscisse » vient du latin « abscissa » (ligne coupée) .

Exemples :
Quelles sont les abscisses de B et C ? B(4,5) et C(6)
Placer les points D et E d'abscisses respectives 5,5 et 2,5.

Méthode : Placer un nombre sur une demi-droite graduée

1) Tracer un axe gradué en prenant 1cm pour 2 dixièmes et en plaçant l'abscisse 33,5 pour première graduation.

2) Placer sur cet axe les points A(34,8), B$\left(33 + \frac{9}{10}\right)$ et C$\left(\frac{358}{10}\right)$.



Source *Yvan Monka – Académie de Strasbourg –*